

Вступительная работа по математике в 8 класс. 21 марта 2022 г.

1 вариант

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	-1	8	3	37	0,7	-21	60	7	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-1	164	3	8	$\frac{2}{9}$	-1	$\frac{1}{6}$	16	16	16

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. При каком значении t значение выражения $8t + 3$ в 3 раза больше значения выражения $5t - 6$?

Решение. По условию, $8t + 3 = 3(5t - 6)$, откуда $t = \frac{9}{7}$.

Ответ: 3.

2. Упростите выражение $2y - (3y - (2y - (y + 1)))$.

Решение.

$$2y - (3y - (2y - (y + 1))) = 2y - (3y - (2y - y - 1)) = 2y - (3y - (y - 1)) = 2y - (3y - y + 1) = 2y - 2y - 1 = -1.$$

Ответ: -1.

3. Найдите значение x , при котором выполняется равенство:

$$a^6 \cdot (a \cdot a^2)^2 = a^x \cdot a^4, \text{ где } a > 0, a \neq 1.$$

Решение. Преобразуем левую часть: $a^6 \cdot (a \cdot a^2)^2 = a^6 \cdot (a^3)^2 = a^6 \cdot a^6 = a^{12}$, получаем, что $a^{12} = a^x \cdot a^4$, откуда $x = 8$.

Ответ: 8.

4. Решите уравнение $\frac{8x - 3}{7} - \frac{3x + 1}{10} = 2$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{8x - 3}{7} - \frac{3x + 1}{10} &= 2, \\ 10(8x - 3) - 7(3x + 1) &= 140, \\ 59x &= 177, \\ x &= 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

5. Найдите значение выражения $(7 - x)(7 + x) + (x + 3)^2$ при $x = -3,5$.

Решение. $(7 - x)(7 + x) + (x + 3)^2 = 49 - x^2 + x^2 + 6x + 9 = 6x + 58$.

При $x = -3,5$ $6x + 58 = 37$.

Ответ: 37.

6. Найдите $10\frac{2}{3}\%$ от $\frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) \cdot 0,3}{0,2}$.

Решение. $\frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) \cdot 0,3}{0,2} = 4\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{35}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{105}{16} \cdot \frac{105 \cdot 10 \frac{2}{3}}{100} = \frac{105 \cdot 32}{16 \cdot 3} = \frac{70}{100} = 0,7$.

Ответ: 0,7.

7. Найдите произведение всех корней уравнения $3|x+2| - 1 = 2|x+2| + 4$.

Решение.

$$\begin{aligned} 3|x+2| - 1 &= 2|x+2| + 4, \\ |x+2| &= 5, \end{aligned}$$

откуда $x = 3$ или $x = -7$.

Ответ: -21 .

8. За 3 часа мотоциклист проезжает то же расстояние, что велосипедист за 5 часов. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите расстояние, которое проедет мотоциклист за 2 часа.

Решение.

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, тогда скорость мотоциклиста – $\frac{5}{3}x$ км/ч. По условию, $\frac{5}{3}x - x = 12$, откуда $x = 18$. Скорость мотоциклиста – 30 км/ч, за 2 часа он проедет 60 км.

Ответ: 60.

9. Пусть $f(x)$ – функция, которая каждому натуральному числу x ставит в соответствие его остаток при делении на 9. Найдите $f(100) + 3f(2) - f(27)$.

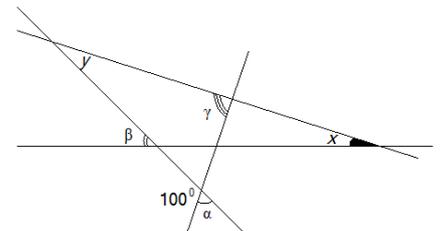
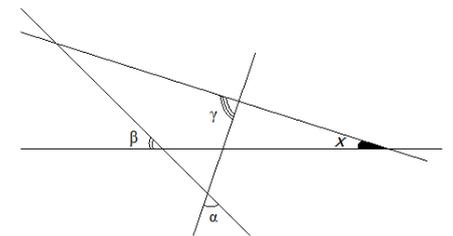
Решение. $f(100) + 3f(2) - f(27) = 1 + 3 \cdot 2 - 0 = 7$.

Ответ: 7.

10. Найдите величину угла x (см. рис.), если $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 70^\circ$.

Решение. Угол, смежный с α , равен 100° . Этот угол равен сумме углов γ и y , значит, $y = 30^\circ$ (см. рис.). Угол β равен сумме углов x и y , следовательно, $x = 30^\circ$.

Ответ: 30.



Задачи, оцениваемые в 2 балла

11. Найдите произведение корней уравнения $(x+2)^2 - (2x-1)^2 = 0$.

Решение.

$$\begin{aligned}(x+2)^2 - (2x-1)^2 &= 0, \\(x+2+2x-1)(x+2-2x+1) &= 0, \\(3x+1)(-x+3) &= 0,\end{aligned}$$

откуда $x = -\frac{1}{3}$ или $x = 3$.

Ответ: -1 .

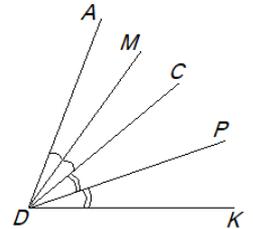
12. Луч DC проходит внутри $\angle ADK$. Луч DM – биссектриса $\angle ADC$, луч DP – биссектриса $\angle CDK$. Найдите $\angle ADK$, если $\angle MDP = 82^\circ$.

Решение.

$$\angle MDP = \angle MDC + \angle CDP, \quad \angle ADM = \angle MDC,$$

$$\angle CDP = \angle PDK \text{ (см. рис.)}$$

$$\begin{aligned}\angle ADK &= \angle ADM + \angle MDC + \angle CDP + \angle PDK = 2(\angle MDC + \angle CDP) = \\&= 2 \cdot 82^\circ = 164^\circ.\end{aligned}$$



Ответ: 164.

13. Какой цифрой оканчивается число $3^{2022} \cdot 17^{2021}$?

Решение. $3^{2022} \cdot 17^{2021} = 3 \cdot 51^{2021}$. Второй сомножитель оканчивается цифрой 1, значит, произведение оканчивается цифрой 3.

Ответ: 3.

14. Отрезок длиной 10 см разделили на 4 отрезка (не обязательно равных). Расстояние между серединами средних отрезков равно 3 см. Найдите расстояние между серединами крайних отрезков.

Решение. Так как расстояние между серединами средних отрезков равно 3, то их суммарная длина равна 6, поэтому суммарная длина двух крайних отрезков равна 4. Это означает, что сумма расстояний от середин крайних отрезков до концов данного отрезка равна 2, значит, расстояние между серединами крайних отрезков равно 8.

Ответ: 8.

15. Вычислите $\frac{(17 \cdot 32^9 + 2 \cdot 32^{10}) \cdot 243}{48^{11}}$.

$$\text{Решение. } \frac{(17 \cdot 32^9 + 2 \cdot 32^{10}) \cdot 243}{48^{11}} = \frac{32^9 \cdot (17 + 64) \cdot 3^5}{3^{11} \cdot 16^{11}} = \frac{2^{45} \cdot 3^4 \cdot 3^5}{3^{11} \cdot 2^{44}} = \frac{2}{9}.$$

Ответ: $\frac{2}{9}$.

16. Известно, что $f(x) = 3 - x^2$. Решите уравнение: $f(x-1) = f(x+3)$.

Решение. $f(x-1) = 3 - (x-1)^2$, $f(x+3) = 3 - (x+3)^2$. Решаем уравнение

$$3 - (x-1)^2 = 3 - (x+3)^2,$$

$$(x-1)^2 = (x+3)^2,$$

$$\begin{cases} x-1 = x+3, \\ x-1 = -(x+3), \end{cases}$$

$$x = -1.$$

Ответ: -1 .

17. В тесте к каждому вопросу указано 5 вариантов ответа. Когда двоечнику удаётся списать, он отвечает на вопрос верно, в противном случае он отвечает на вопрос наугад (то есть среди несписанных ответов – пятая часть верных). За год двоечник верно ответил на треть вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?

Решение. Пусть за год двоечник списал x и угадал y верных ответов. Тогда всего вопросов было $x + 5y$. По условию,

$$\frac{x+y}{x+5y} = \frac{1}{3},$$

откуда $x = y$. Доля списанных ответов

$$\frac{x}{x+5y} = \frac{x}{x+5x} = \frac{1}{6}.$$

Ответ: $\frac{1}{6}$.

18. Сколько существует чётных пятизначных чисел с произведением цифр 20?

Решение. Так как $20 = 4 \cdot 5$ или $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, то искомые числа состояются либо из набора $\{1; 1; 1; 4; 5\}$, либо из набора $\{1; 1; 2; 2; 5\}$. В первом случае всевозможные искомые числа получатся, если в число 1114 вставлять цифру 5 на любое место, кроме последнего. Таких чисел 4: 51114, 15114, 11514, 11154. Во втором случае число в 112 сначала на всевозможные места ставим цифру 2, получим: 1122, 1212, 2112, а затем в полученные числа – цифру 5 на любое место, кроме последнего, всего имеем $3 \cdot 4 = 12$ вариантов. Таким образом, всего получается 16 чисел.

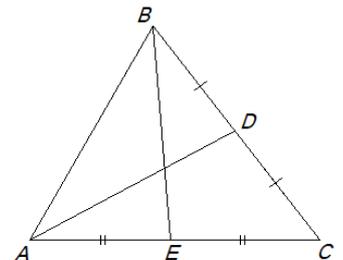
Ответ: 16.

19. В $\triangle ABC$ проведены медианы AD и BE . Периметры $\triangle ABE$ и $\triangle BEC$ равны, а периметр $\triangle ABD$ больше периметра $\triangle ADC$ на 2 см.

Найдите периметр $\triangle ABC$, если $AB = 6$ см.

Решение. $P_{\triangle ABE} = AB + \frac{1}{2}AC + BE$, $P_{\triangle BCE} = BC + \frac{1}{2}AC + BE$ (см.

рис.).



По условию, $P_{\triangle ABE} = P_{\triangle BCE}$, $AB + \frac{1}{2}AC + BE = BC + \frac{1}{2}AC + BE$, откуда $AB = BC$.

$$P_{\triangle ABD} = AB + \frac{1}{2}BC + AD = \frac{3}{2}AB + AD \quad P_{\triangle ADC} = AC + \frac{1}{2}BC + AD = \frac{1}{2}AB + AD + AC.$$

$$\text{Так как } P_{\triangle ABD} - P_{\triangle ADC} = \frac{3}{2}AB + AD - \left(\frac{1}{2}AB + AD + AC \right) = 2, \text{ то } AB - AC = 2,$$

поэтому $AC = AB - 2 = 6 - 2 = 4$. $P_{\triangle ABC} = 2 \cdot 6 + 4 = 16$ см.

Ответ: 16.

20. Придумайте три числа с суммой 91, произведение которых заканчивается на 4 нуля. В ответе укажите меньшее из придуманных чисел.

Решение. Произведение задуманных чисел должно оканчиваться на 4 нуля, значит, оно делится на 625, поэтому в разложениях этих чисел на простые сомножители число 5 должно встретиться не менее четырёх раз. Если бы все задуманные числа делились на 5, то и их сумма делилась бы на 5, но она равна 91, поэтому ровно два ($5^3 = 125$) числа из трёх делятся на 25. Если два из задуманных чисел равны 25, то третье число равно 41 и произведение не заканчивается на четыре нуля. Если одно число равно 25, а второе – 50, то третье число равно 16, что удовлетворяет условиям задачи.

Ответ: 16.

Вступительная работа по математике в 8 класс. 21 марта 2022 г.

2 вариант

Таблица ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	-3	7	-4	-7	50	6	120	-12	80
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$-\frac{5}{8}$	72	4	1	$\frac{1}{3}$	2	$\frac{1}{3}$	16	2	50

Задачи, оцениваемые в 1 балл

1. При каком значении t значение выражения $13t - 7$ на 8 меньше значения выражения $12t + 11$?

Ответ: 10.

2. Упростите выражение $3c - (2c - ((6 - c) - 9))$.

Ответ: -3.

3. Найдите значение y , при котором выполняется равенство:

$$(x^3 \cdot x^2)^2 = x^y \cdot x^3, \text{ где } x > 0, x \neq 1.$$

Ответ: 7.

4. Решите уравнение $\frac{x+14}{5} - \frac{6x+3}{7} = 5$.

Ответ: -4.

5. Найдите значение выражения $(x+3)(x-3) - (x-2)^2$ при $x = 1\frac{1}{2}$.

Ответ: -7.

6. Найдите число, $36\frac{2}{3}\%$ которого составляют $\frac{\left(85\frac{7}{30} - 83\frac{5}{18}\right) : 2\frac{2}{3}}{0,04}$.

Ответ: 50.

7. Найдите сумму всех корней уравнения $5|x-3| - 1 = 4|x-3| + 4$. (6)

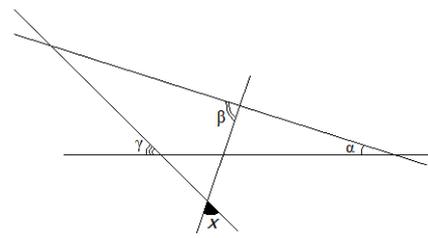
Ответ: 6.

8. За 2 часа грузовик проезжает на 20 км больше, чем легковой автомобиль за 1 час. Скорость легкового автомобиля в 1,5 раза больше скорости грузовика. Определите, какое расстояние проедет легковой автомобиль за 2 часа. (120)

Ответ: 120.

9. Пусть $f(x)$ – функция, которая каждому натуральному числу x ставит в соответствие его остаток при делении на 8. Найдите $f(90) - 2f(7) + 5f(24)$.

Ответ: -12.



10. Найдите величину угла x (см. рис.), если $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 80^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.

Ответ: 80.

Задачи, оцениваемые в 2 балла

11. Найдите произведение корней уравнения $(x-3)^2 - (3x-2)^2 = 0$.

Ответ: $-\frac{5}{8}$.

12. Луч OC проходит внутри $\angle AOE$. Луч OB – биссектриса $\angle AOC$, луч OD – биссектриса $\angle COE$. Найдите $\angle BOD$, если $\angle AOE = 144^\circ$.

Ответ: 72.

13. Какой цифрой оканчивается число $2^{2023} \cdot 13^{2021}$?

Ответ: 4.

14. Отрезок длиной 8 см разделили на 4 отрезка (не обязательно равных). Расстояние между серединами крайних отрезков равно 5 см. Найдите расстояние между серединами средних отрезков.

Ответ: 1.

15. Вычислите $\frac{(42 \cdot 27^6 - 27^7) \cdot 625}{405^5}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

16. Известно, что $f(x) = 1 + x^2$. Решите уравнение: $f(4-x) = f(-x)$.

Ответ: 2.

17. В тесте к каждому вопросу указано 4 варианта ответа. Когда двоечнику удаётся списать, он отвечает на вопрос верно, в противном случае он отвечает на вопрос наугад (то есть среди несписанных ответов – четвёртая часть верных). За год двоечник верно ответил на половину вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?

Ответ: $\frac{1}{3}$.

18. Сколько существует чётных пятизначных чисел с произведением цифр 28?

Ответ: 16.

19. В $\triangle ABC$ проведены медианы AM и CK . Периметры $\triangle ACK$ и $\triangle BCK$ равны, а периметр $\triangle ABC$ равен 26 см. Найдите разность периметров $\triangle ABM$ и $\triangle ACM$, если $AB = 10$ см.

Ответ: 2.

20. Придумайте три числа с суммой 83, произведение которых заканчивается на 4 нуля. В ответе укажите большее из придуманных чисел.

Ответ: 50.